

FTOLEMEY TEOREMASIGA OID MASALALAR VA ULARNING YECHISH USULLARI

Qurbonaliyeva Shoira Maxmanazarovna

SamDCHTI akademik litseyi matematika fani bosh o‘qituvchisi

Annotatsiya: Ushbu maqolada akademik litseylar geometriya fanini o‘qitishda Ftolemey teoremasining mazmuni, uning geometrik talqini hamda turli tipdagi masalalarni yechishda qo‘llanilishi tahlil qilingan. Shuningdek, teorema yordamida murakkab geometrik masalalarni soddalashtirish usullari va amaliy misollar keltirilgan.

Kalit so‘zlar: Ftolemey teoremasi, aylanaga ichki chizilgan to‘rtburchak, diagonallar, masala yechish metodlari

KIRISH

Geometriyada aylanaga ichki chizilgan to‘rtburchaklar muhim o‘rin egallaydi. Bunday to‘rtburchaklarning barcha uchlari aylanada yotadi. Ftolemey teoremasi aynan shu turdagi to‘rtburchaklar uchun qo‘llaniladi, ya’ni tomonlar va diagonallar orasidagi bog‘lanishni ifodalaydi. Ushbu teorema nafaqat nazariy, balki amaliy masalalarni yechishda ham keng qo‘llaniladi.

Ftolemey teoremasi (isbotsiz). Aylanaga ichki chizilgan to‘rtburchak diagonallarining ko‘paytmasi to‘rtburchak qarama-qarshi tomonlari ko‘paytmalarining yig‘indisiga teng.

Ftolemey teoremasining qo‘llanilishi

Ftolemey teoremasi quyidagi holatlarda keng qo‘llaniladi:

- Aylanaga ichki chizilgan to‘rtburchak diagonallarni topish;
- Trigonometriyada ba’zi formulalarni chiqarishda;
- Olimpiada masalalarini yechishda;
- Geometrik isbotlarni soddalashtirishda.

Bugun biz aylanaga ichki chizilgan to‘rtburchak diagonallarini topishga oid masalalarda Ftolemey teoremasini qo‘llab ko‘ramiz.

Ftolemey teoremasiga oid masalalar

1-masala. Aylanaga ichki chizilgan to‘rtburchakning tomonlari 5cm, 7cm, 8cm va 6cm ga teng. Diagonallari ko‘paytmasini toping.

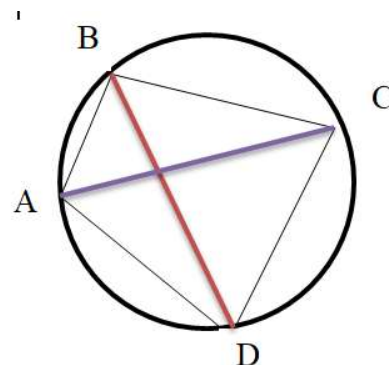
Yechilishi: Masala shartiga mos chizma chizamiz.

Ftolemey teoremasiga ko‘ra

$$AC \cdot BD = AB \cdot CD + BC \cdot AD$$

$$AC \cdot BD = 5 \cdot 8 + 7 \cdot 6$$

$$AC \cdot BD = 82 \text{ cm}^2$$



Javob: 82 cm^2

2-masala. ΔABC da $AB = 7$, $AC = 8$ va $BC = 9$. D nuqta uchburchakning tashqi chizilgan aylanasida joylashgan va AD kesma $\angle BAC$ burchakni teng ikkiga bo‘ladi. $\frac{AD}{CD}$ ning qiymatini toping.

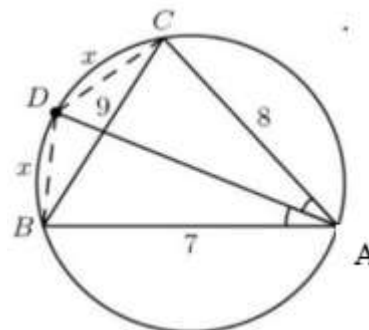
Yechilishi: Ftolemey teoremasiga asosan

$$BC \cdot AD = AB \cdot CD + AC \cdot BD$$

$$9 \cdot AD = 7 \cdot x + 8 \cdot x$$

$$AD = \frac{5x}{3}$$

Bundan $\frac{AD}{CD} = \frac{\frac{5x}{3}}{x} = \frac{5}{3}$



Javob: $\frac{5}{3}$

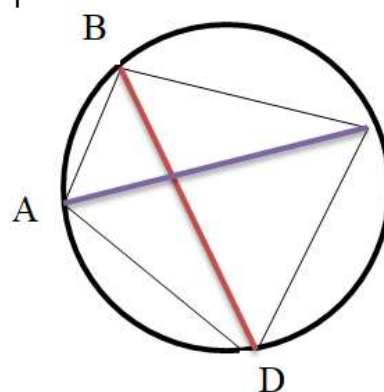
3-masala. Aylanaga ichki chizilgan to‘rtburchakning uchta ketma-ket tomonlari uzunliklari 2 cm, 3 cm, 4cm ga, diagonallari uzunliklari 5 cm va 6 cm ga teng. To‘rtburchakning to‘rtinchi tomoni uzunligini toping.

Yechilishi: Masala shartiga ko‘ra $AB=2$ cm, $BC=3$ cm, $CD=4$ cm, $AC=5$ cm, $BD=6$ cm. AD tomon uzunligini Ftolemey teoremasi yordamida topamiz:

$$AC \cdot BD = AB \cdot CD + BC \cdot AD$$

$$5 \cdot 6 = 2 \cdot 4 + 3 \cdot AD$$

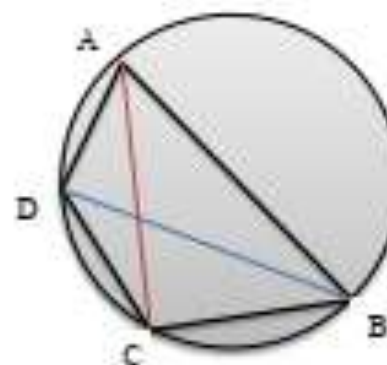
$$AD = \frac{22}{3} \text{ cm}$$



Javob: $\frac{22}{3}$

4-masala. Qavariq to‘rtburchakning $4\sqrt{5}$ dm ga teng tomoni unga tashqi chizilgan aylana markazidan o‘tadi. To‘rtburchakning shu tomoniga qo‘shni tomonlari uzunliklari 4 dm va $2\sqrt{10}$ dm ga teng bo‘lsa, to‘rtinchi tomoni uzunligini toping.

Yechilishi: Qavariq to‘rtburchak $AB=4\sqrt{5}$ dm bo‘lib, u aylana markazidan o‘tadi. Masala shartiga ko‘ra $AD=2\sqrt{10}$ dm, $BC=4$ dm. To‘rtburchakning AC va BD diagonallarini o‘tkazamiz. Natijada hosil bo‘lgan ABC uchburchak to‘g‘ri burchakli uchburchak bo‘ladi (diagonalga tiralgan ichki burchaklar 90° li burchaklar).



ΔABC dan Pifagor teoremasiga asosan $AC = \sqrt{(4\sqrt{5})^2 - 4^2} = 8$ dm, xuddi shunga o‘xshash ΔABD dan $BD = \sqrt{(4\sqrt{5})^2 - (2\sqrt{10})^2} = 2\sqrt{10}$ dm.

To‘rtburchakning to‘rtinchi tomon uzunligini Ftolemey teoremasi yordamida topamiz:

$$AC \cdot BD = AB \cdot CD + BC \cdot AD$$

$$8 \cdot 2\sqrt{10} = 4\sqrt{5} \cdot CD + 4 \cdot 2\sqrt{10}$$

$$CD = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

Javob: $2\sqrt{2}$ cm.

O‘zingizni sinab ko‘ring.

1-masala. Aylanaga ichki chizilgan ABCD to‘rtburchakning 17 dm ga teng bo‘lgan AC diagonali aylana markazidan o‘tadi. Agar $AB=8$ dm, $BC=15$ dm va $CD=12$ dm bo‘lsa, BD diagonal uzunligini toping.

Javob: $\sqrt{145}$ dm.

2-masala. A, B, C va D nuqtalar aylana ustida joylashgan. Agar $AD = CD = 8$ cm, $AB = BC = 13$ cm bo‘lsa, ABCD to‘rtburchakning yuzasini toping.

Javob: 104 cm^2

3-masala. MN vatar O markazli aylananing 90° li yoyini tortib turadi. Aylana ichidan shunday K nuqta olinganki, natijada $\angle MKN=90^\circ$. Agar $MK=24$ cm, $KN=7$ cm bo‘lsa, OK uzunlikni toping.

Javob: $\frac{17\sqrt{2}}{2}$ cm.

Xulosa

Ftolemey teoremasi geometriyada muhim o‘rin tutadi. Va murakkab masalalarni sodda tenglikka keltirish imkonini beradi. Ushbu teorema yordamida ko‘plab amaliy va nazariy masalalarni tez va samarali yechish mumkin. Shu sababli uni chuqur o‘rganish matematik tafakkurni rivojlantirishda muhim ahamiyatga ega.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR, INTERNET SAYTLARI RO‘YXATI:

1. Husanov J, Nasimov X.A, Shamsiddinov N.B. Geometriya. /Akademik litseylar uchun darslik. 1- qism. –Toshkent: 2022
2. Haydarov B.N. Geometriya. / Darslik 10-sinf uchun. –Toshkent: “Respublika ta’lim markazi”. 2022
3. <http://www.exponenta.ru> – Matematik ta’lim sayti.
4. <http://www.math-on-line.com> – Qiziqarli matematika masalalari.
5. <http://www.ams.org/mathweb/> - Math on the Web-Internetda matematika.