

20-May, 2026-yil

**NOCHIZIQLI PARABOLIK TENGLAMALARNI SONLI YECHISH VA SIFAT  
XOSSALARINI TATQIQ ETISH**

**Yusupbayeva Sabohat Oybekovna**

*O‘zbekiston Milliy Universiteti, 1-bosqich magistratura talabasi*

**Boboqandov Maxmud Mamaraxim o‘g‘li**

*O‘zbekiston Milliy Universiteti, katta o‘qituvchisi, pedagogika fanlari bo‘yicha  
falsafa doktori*

**Pirnazarova Asal Allashukir qizi**

*O‘zbekiston Milliy Universiteti, 1-bosqich magistratura talabasi*

---

**Annotatsiya:** *Ushbu maqolada nochiziqli parabolik tipdagi qisman hosilali differensial tenglamalarni sonli yechish usullari tahlil qilinadi. Asosiy e‘tibor chekli ayirmalar usuli asosida qurilgan sxemalarning yaqinlashuvchanligi, barqarorligi va monotonlik xossalriga qaratilgan. Nochiziqlikni bartaraf etish uchun Nyuton-Kantorovich va chiziqdashirish usullari qo‘llanilgan. Olingan natijalar test masalalar orqali tasdiqlangan va sxemaning sifat xossalari, xususan, maksimal prinsipning saqlanishi o‘rganilgan.*

**Kalit so‘zlar:** *Nochiziqli parabolik tenglama, chekli ayirmalar usuli, barqarorlik, yaqinlashuvchanlik, Nyuton usuli, monoton sxema, sifat xossalari.*

---

## **1. Kirish**

Parabolik tipdagi qisman hosilali differensial tenglamalar fizika, kimyo, biologiya va iqtisodiyotning ko‘plab jarayonlarini, jumladan, issiq o‘tkazuvchanlik, diffuziya va filtrlash nazariyasini modellashtirishda keng qo‘llaniladi. Ko‘pgina real jarayonlarda muhitning xususiyatlari harorat yoki konsentratsiyaga bog‘liq bo‘lgani sababli, chiziqli bo‘lmagan yani nochiziqli tenglamalar kelib chiqadi. Bunday masalalarning analitik yechimini topish deyarli imkonsiz bo‘lgani uchun, samarali sonli usullarni ishlab chiqish va ularning sifat xossalari tadqiq etish dolzarb ahamiyatga ega. Sifat xossalriga yechimning musbatligi, chegaralanganligi va tebranmasligi kiradi.

## **2. Masalaning qo‘yilishi va Chekli Ayirmalar Sxemasini Qurish**

Tadqiqot obyekti sifatida umumiy ko‘rinishdagi nochiziqli parabolik tenglama olinadi. Bu yerda o‘tkazuvchanlik koeffitsienti noma‘lum funksiyaning o‘ziga bog‘liq bo‘lib, manba funksiyasi ham mavjud. Masalani sonli yechish uchun fazo va vaqt bo‘yicha bir jinsli to‘r kiritiladi.

Nochiziqli parabolik tenglamalar uchun ochiq sxemalar barqarorlik shartlari juda qattiq bo‘lgani sababli, ko‘pincha to‘liq implicit yashirin sxemalar yoki Krenk-Nikolson turidagi sxemalar qo‘llaniladi. Yashirin sxemalar mutlaq barqarorlikka ega bo‘lib, katta vaqt qadamlarida ham hisoblashlarni barqaror olib borish imkonini beradi. Biroq, nochiziqli

koeffitsient tufayli har bir vaqt qatlamida nochiziqli algebraik tenglamalar tizimini yechish talab etiladi.

### 3. Nochizilikni Bartaraf Etish Usullari

Hosil bo‘lgan nochiziqli tizimni yechish uchun iteratsion usullardan foydalaniladi. Eng samarali usullardan biri bu Nyuton-Kantorovich usulidir. Bu usul yuqori yaqinlashuvchanlik tezligiga ega bo‘lib, har bir iteratsiyada Yakobi matritasini tuzish va chiziqli tizimni yechishni talab qiladi. Parabolik tenglamalar uchun Yakobi matritasi uch diagonalli tuzilishga ega bo‘lgani uchun, chiziqli tizimni yechish progonka usuli yordamida tez amalga oshiriladi.

Agar nochizilik kuchsiz bo‘lsa, soddaroq chiziqshatirish usullaridan ham foydalanish mumkin. Bu usul hisoblash hajmini kamaytiradi, lekin yaqinlashuvchanlik tezligi Nyuton usuliga qaraganda pastroq bo‘ladi.

### 4. Sxemaning Sifat Xossalari Tatqiq Etish

Sonli sxemaning nafaqat aniq, balki fizik ma’noga ega bo‘lishi ham muhimdir. Buning uchun quyidagi sifat xossalari tekshiriladi.

Birinchidan, barqarorlik masalasi ko‘rib chiqiladi. Lyapunov barqarorligi nuqtai nazaridan, implicit sxemalar dastlabki shartlardagi kichik xatoliklarning vaqt o‘tishi bilan cheksiz o‘sib ketishining oldini oladi. Nochiziqli holatda barqarorlik o‘tkazuvchanlik koeffitsientining xossalari bog‘liq holda lokal ravishda ta’minlanadi.

Ikkinchidan, maksimal prinsip va monotonlik masalasi muhimdir. Parabolik tenglamalarning muhim xossasi shundaki, agar boshlang‘ich va chegara shartlari musbat bo‘lsa, yechim ham musbat bo‘lishi kerak. Chekli ayirmalar sxemasi M-matrika xossasiga ega bo‘lsa, u monoton hisoblanadi va yechimda fizik ma’noga zid bo‘lgan tebranishlar paydo bo‘lmaydi. Agar o‘tkazuvchanlik koeffitsienti keskin o‘zgarsa, standart sxemalar tebranishlarga olib kelishi mumkin, bunda maxsus monotonlashtiruvchi usullar qo‘llaniladi.

Uchinchidan, yaqinlashuvchanlik masalasi ko‘rib chiqiladi. Laks ekvivalentlik teoremasiga ko‘ra, agar sxema barqaror va approksimatsiya xatosi nolga intilsa, u yaqinlashuvchan bo‘ladi. Tadqiqotlar shuni ko‘rsatadiki, fazoviy o‘zgaruvchi bo‘yicha ikkinchi tartibli, vaqt bo‘yicha esa sxema turiga qarab birinchi yoki ikkinchi tartibli aniqlikka erishish mumkin.

### 5. Sonli Tajribalar Natijalari

Tadqiqot doirasida test masalalar yechildi. Natijalar shuni ko‘rsatdiki, to‘r qadamlari kichraytirilganda xatolik nazariy baholarga mos ravishda kamayadi. Nyuton usuli o‘rtacha uch-besh iteratsiyada yetarli aniqlikka erishdi. Monotonlik xossasini saqlash uchun ba’zi hollarda damplash parametrlaridan foydalanish zarurati tug‘ildi, bu esa yechimdagi sun’iy tebranishlarni bartaraf etdi.

### **Xulosa**

Nochiziqli parabolik tenglamalarni yechishda to‘liq implicit chekli ayirmalar sxemasi eng maqbul tanlov hisoblanadi, chunki u mutlaq barqarorlikni ta’minlaydi. Nochiziqli tizimlarni yechishda Nyuton-Kantorovich usuli yuqori yaqinlashuvchanlik tezligi tufayli tavsiya etiladi. Sxemaning sifat xossalari saqlash uchun fazoviy diskretlashtirishda M-

20-May, 2026-yil

matrika xossalari nazorat qilish zarur. Kelajakdagi tadqiqotlar ko‘p o‘lchovli holatlar va adaptiv to‘rlardan foydalanishga qaratilishi maqsadga muvofiq.

**FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:**

1. Samarskiy A.A., Galaktionov V.A., Kurdyumov S.P., Mikhailov A.P. Rezhimy s obostreniem v zadachakh dlya kvazilineynykh parabolicheskikh uravneniy. Moskva: Nauka, 1987.
2. Kalitkin N.N. Chislennyye metody. Sankt-Peterburg: BHV-Peterburg, 2011.
3. Quarteroni A., Valli A. Numerical Approximation of Partial Differential Equations. Springer, 2008.
4. Abdullaev J. va boshqalar. Monoton sxemalar va ularning xossalari. O‘zbekiston Matematika Jurnali, 2020.